المتتاليات العددية

تمرين رقم 01

① (V_n) متتالية معرفة بحدها الأول $V_0 = 1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n: $V_{n+1} = \frac{n}{V_n + 1}$

أوجد الحدود الخمسة الأولى من (V_n).

② (U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $U_n = \frac{1}{V_n}$

أ- بين أن (U_n) حسابية يطلب أساسها r

ب- أوجد بدلالة n عبارة الحد العام U_n

ج- استنتج بدلالة n عبارة V_n.

د- أوجد بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$

واستنتج S حيث $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{2012}$

تمرين رقم 02

أ) (U_n) م حسابية أساسها 3 و $U_1 = -2$

1) أكتب U_n بدلالة n

2) احسب $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{20}$

ب) (V_n) متتالية معرفة كمايلي: $V_n = \frac{5^n}{7^{n-1}}$

1) بين أن (V_n) هندسية يطلب أساسها q وحدها الأول V_0.

2) أوجد بدلالة n المجموع التالي:

$V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

تمرين رقم 03

(U_n) متتالية حسابية متناقصة تماما حيث:

$$\begin{cases} U_0 + U_1 + U_2 = 15 \\ \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} = \frac{33}{40} \end{cases}$$

- احسب كل من: U_0, U_1, U_2 والأساس r
- أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n.
- هل توجد قيمة للعدد n بحيث: $U_n = 2013$؟
- احسب المجموع S_n بدلالة n حيث $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_{n+1}$

تمرين رقم 04

لتكن (U_n) م معرفة بـ: $U_0 = 2$

ومن أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $4U_{n+1} - 2U_n = 9$

ونضع من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $V_n = 2U_n - 9$

1) احسب الحدود: U_1, U_2, U_3 ثم V_0, V_1, V_2

2) برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب أساسها

3) جد عبارة الحد العام V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام U_n بدلالة n.

4) أحسب بدلالة n المجموع: $V_0 + V_1 + \dots + V_n$ واستنتج بدلالة n المجموع: $U_0 + U_1 + \dots + U_n$

5) أوجد بدلالة n الجداء P_n حيث: $V_0 \times V_1 \times \dots V_{n-1}$

تمرين رقم 05

(U_n) متتالية معرفة بـ: $U_0 = 14$

ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = 4U_n + 3$

1) احسب U_4

2) نضع: $V_n = U_n + 1$ حيث: $n \in \mathbb{N}$

- بين أن (V_n) هندسية يطلب أساسها
- احسب V_n بدلالة n، واستنتج U_n بدلالة n
- احسب المجموع S_n و S'_n بدلالة n حيث

$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$

$S'_n = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_{n-1}^2$.

تمرين رقم 07

α عدد حقيقي موجب تماما و $\alpha \neq 1$

(U_n) م معرفة بـ: $U_0 = 6$ و $U_{n+1} = \alpha U_n + 1$

(V_n) م معرفة بـ: $V_n = U_n + \frac{1}{\alpha - 1}$

1- بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها α

2- أكتب بدلالة n و α عبارة V_n واستنتج U_n

3- نضع: $\alpha = \frac{3}{2}$

أحسب بدلالة n المجموعين S_n و T_n حيث

$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

$T_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$